

Compiti delle vacanze di

MATEMATICA

Classe 2E

Svolgere gli esercizi di seguito indicati tratti dal libro di testo in adozione (Bergamini, Trifone, Barozzi –“Matematica.blu 2” - Zanichelli).

CAPITOLO 9

Da pag. 659 n° : 23- 24- 25- 63- 68- 81- 97- 117- 131- 133- 152- 164- 229- 315- 322- 352

CAPITOLO 10

Da pag. 731 n°: 86- 182- 186- 193- 197- 220- 221- 222- 223- 324- 342- 372- 377- 407

CAPITOLO 12

Da pag. 899 n°: 181- 182- 192- 224- 225-226- 227- 235- 236- 237- 249- 263- 448- 451- 462- 468- 586- 679- 685- 690- 713- 714- 724

CAPITOLO 13

Da pag. 977 n°: 13- 21- 63- 78- 79- 81- 504- 515- 535- 541

CAPITOLO 14

Da pag. 1080 n°: 203- 205- 207- 222- 226- 232- 245- 295- 298- 300- 312- 368- 369- 398- 401- 402- 407- 410- 476- 481- 499- 500- 562- 594- 595- 607- 608- 616- 618- 622- 625- 628- 643- 644- 656

CAPITOLO G6

Da pag. G 322 n°: 129- 130- 136- 152- 155- 181- 186

CAPITOLO G8

Da pag. G 426 n°: 132- 134- 197

Svolgere inoltre i seguenti esercizi.

1. Risolvi la seguente disequazione.

$$\frac{(x^2 - 1)^7(5 - 2x)(x + 4)^{13}(x^3 - x^2 - 4x + 4)^6}{(x^2 - 9)^{11}(x^2 + 5x + 4)(25 - 10x + x^2)^3} \leq 0$$

2. Risolvi e discuti i seguenti sistemi lineari.

a)

$$\begin{cases} \frac{2x + 1}{y - 2} - 3 = 0 \\ (x + 1)^2 - 3(2y - 5) + x(2 - x) = 2 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} \frac{(2x - y - 3) + 3y + 7}{x + 2y} = 0 \\ -\frac{2x^2 + 2x}{4x + 4} + \frac{y - x}{2} = \frac{6 - x}{2} \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} \frac{x}{a^2 - a} + \frac{2y}{a^2 - 6a + 5} = \frac{3}{a - 1} \\ \frac{(a + 2)(x + y - 3a) + a(y + 2)}{a + 1} = -10 \left(\frac{x + 2y + 1}{1 + x + 2y} \right) \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} \frac{y + 2z - 2}{1 - x} = 3 \\ 2(x + 1) - 3(y - z) = 0 \\ \frac{2x + y - 5}{x - y + z} = 1 \end{cases}$$

3. Dato $P(x) = 2x^3 - (h - 2)x^2 + (k - 3)x + 2h + k$, determinare i valori di h e k in modo che:

- $P(x)$ sia divisibile per $(x + 3)$
- P si annulli per $x = 1$.

4. Paolo dice a Barbara: "Se mi dessi tre caramelle, io ne verrei ad avere esattamente tante quante te ne rimarrebbero". Barbara dice a Paolo: "Se invece me ne dessi tre tu, io ne verrei ad avere il doppio di quelle che ti rimarrebbero". Quante caramelle hanno Barbara e Paolo?

5. Risolvere i seguenti sistemi:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x - y + 3}{3x + y - 1} = \frac{7(x - y - 1)}{10x - 10y - 10} \\ \frac{5}{x + 2} + y = \frac{xy}{2 + x} + \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x + 6}{3y + z} = 1 \\ \frac{y + z - 8}{3x + 2y} = 2 \\ \frac{y - x}{x - z} + 3 = 0 \end{cases}$$

6. Risolvere e discutere il seguente sistema:

$$\begin{cases} (a + 2)x + y = \frac{2ax + ay}{2x + y} \\ 2x - \frac{y}{a - 1} + \frac{a}{a + 2} = 0 \end{cases}$$

7. Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{(5 - 5x)^5(x^2 + 12x + 36)(x^2 - 5x + 6)}{x^2(x^2 - 9)} \leq 0$$

8. Dato il triangolo di vertici $A(-4; 1)$, $B(1; -2)$, $C(2; 7)$, determinare:

- l'area del triangolo;
- la lunghezza della mediana BM ;
- l'equazione della mediana BM ;
- la lunghezza dell'altezza relativa al lato AB ;
- l'equazione dell'altezza relativa al lato BC ;
- le coordinate del circocentro del triangolo.

9. Del punto P si sa che ha ordinata doppia dell'ascissa e che appartiene alla retta $x - 2y + 3 = 0$: determinare le sue coordinate.

Verificato che $P = (1; 2)$, determinare:

- l'equazione della retta passante per P e parallela a $3x + 2y = 0$;
- l'equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta passante per i punti $A(-3; 2)$ e $B(5; 6)$.

Tracciare i grafici delle rette trovate ai punti precedenti.

10. Determinare il valore di a in modo tale che il punto $P(a; a - 1)$ abbia distanza $\frac{1}{\sqrt{5}}$ dalla retta di equazione $2x - y + 3 = 0$.

11.

$$\frac{x^2 + 3x + 4}{10} - \frac{x}{3} \left(\frac{1}{5} + \frac{x}{2} \right) = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{15} \right) x$$

12.

$$\frac{3}{5}(2 - x) + \frac{2}{15} = \frac{(2 - x)(2 + x)}{3} + x \left(1 - \frac{x}{15} \right)$$

13.

$$\frac{1}{x + 3} - \frac{3 + x}{3x - 9} = \frac{18 + 4x}{9 - x^2}$$

14.

$$\frac{7x + 1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{6(3x + 1)}{x^2 + 8x + 15} = \frac{6(2x^2 + 5x + 1)}{x^3 + 9x^2 + 23x + 15} + \frac{7x + 5}{x^2 + 6x + 5}$$

15.

$$\begin{cases} \frac{3x^2 + 6x}{x + 2} = y + 2 \\ x^2 - 3xy + y^2 = 36 - xy \end{cases}$$

16.

$$\frac{a(a - 1)x^2 + 2(a - 2)x - 8}{ax - a - x + 1} = 0$$

$$17. \frac{(-2x+7)}{(-14-9x^2)(x+2)} \geq 0$$

$$18. (2x - 15 - x^2)(16 - 9x^2) \leq 0$$

$$19. \frac{x^2-4x+4}{(5x-x^2)^7} \leq 0$$

$$20. \frac{3x^2+\sqrt{5}}{(16-x^2)} \geq 0$$

$$21. \frac{(3x+7)(1-6x)^4}{5x} \leq 0$$

$$22. \frac{(x-2)^2+5(4-x^2)^2}{-\sqrt{3}-5x^2} < 0$$

$$23. \frac{21+4x-x^2}{x^8} > 0$$

$$24. \frac{-2x-3}{(7x-11-2x^2)(8x+11)} \geq 0$$

$$25. (3x^2 - x - 2)(x^2 + 7) < 0$$

$$26. \frac{-5-6x}{2x-7} > 0$$

$$27. -9x^2 \leq 0$$

$$28. -3 - 2x^2 > 0$$

$$29. \left(\frac{12x+9}{3x+x^2}\right)^2 + 3 > 0$$

$$30. \frac{(-6-x)^4}{-5(x+1)} > 0$$

$$31. \frac{3x^2+(x-5)^6}{4x-2x^2} \leq 0$$

$$32. \frac{3x}{(-25-x^2-10x)(4-9x)} < 0$$

$$33. (\sqrt{7} - 2x)(5x + 2) > 0$$

$$34. 2\sqrt{2}x - x^2 - 2 \geq 0$$

$$35. (5x - 12 - 3x^2)^9(-4 - 5x^2) > 0$$

$$36. \begin{cases} -\frac{3}{2x} > 0 \\ (5 + 8x)^2 > 0 \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} \frac{2x-5}{4-5x} \geq 3 \\ \frac{x-10}{x-2} > \frac{x}{2} \\ \frac{8x-41}{8x-x^2-16} \geq 1 \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} \frac{(-12x-4x^2-9)^3(-2x^3-3x^4)(3x^2+8x+4)(3-3x^6)(x+1)^2(5x+3)}{(x^6-x^5)^5(16x+x^5)(x-5x^2-10)(x^4-3x^2-4)^9} \leq 0 \\ \frac{27}{x^3} \leq -1 \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} \frac{5x^2+20}{9x^2-16} \geq 1 \\ \frac{x^3+x^2-9x-9}{x^3+4x^2-7x-10} \geq 0 \\ \frac{2}{3-x} - \frac{20-6x}{x^2-8x+15} > \frac{5}{x-5} \end{cases}$$

$$40. |x^2 - x| - x^2 + 2x + 13 - |1 - x| = 2|x|$$

$$41. \begin{cases} |y - 2| = x - 1 \\ x^2 + y^2 - 2x = 1 \end{cases}$$

$$42. \frac{(|9-x^2|-|x-3|)(2x-|5x^2-3|)(|x^2-2x|+|4-x^2|+(2x-4)^2)(|3x-1|-|3-x|)^4}{(-|2x^2-2|-1)(|2x-1|-8x^2-1+8x)^5|x+x^2-12|} \leq 0$$

$$43. \begin{cases} \frac{|1-x^2|-x^2+2x+11}{|1-x|-x^2+2x+11} \geq 1 \\ \left| \frac{5}{2x^2-x} \right| \geq -4x^2 \\ \left| \frac{3x-3}{2x+1} \right| \leq \left| \frac{1-x}{4x} \right| \end{cases}$$

44. Data l'equazione parametrica

$$(k-2)x^2 - 2(k+1)x + 3 + k = 0$$

studiare il segno delle sue soluzioni reali al variare di k.

Determinare, inoltre, k tale che:

a) $x_1 = \frac{1}{2}$

- b) le radici siano concordi
 c) la somma dei reciproci delle radici valga -4

45. Data l'equazione parametrica

$$(k - 3)x^2 - 2(k - 3)x + k + 3 = 0$$

determinare k tale che:

- a) le sue radici siano reali
 b) $x_1 = -2x_2 + 4$
 c) le soluzioni siano le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo di area 8

46. Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} (x + y)^2 = 61 + xy \\ x^2 + y^2 = 21 + xy \end{cases}$$

47. Nella circonferenza di raggio $169/24$ a è inscritto il triangolo isoscele ABC di altezza CH. Sapendo che l'altezza è $12/13$ del lato obliquo, calcolare $2p$ e S di ABC.

48. Nel trapezio isoscele ABCD inscritto in una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$ vale la relazione $DC^2 + BC^2 = \frac{8}{3} DH^2$.

- a) Calcolare $2p$ e S del trapezio.
 b) Si tracci la tangente in C sino a incontrarsi in F la retta del diametro. Calcolare $2p$ del triangolo FCO.

49. Determinare C.E. e segno del seguente radicali al variare di $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

$$\sqrt[n]{\left| \frac{x^2 - 16}{x} \right| - |3x|}$$

50. Portar dentro ed eventualmente semplificare.

$$\frac{x^2}{x^2 - 3x + 2} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^6}}$$

51. Portar fuori ed eventualmente semplificare.

$$\sqrt[8]{\frac{(x^2 - 2x + 1)^{10}}{x^{12}(x - 3)^6}}$$

52. Semplificare l'espressione.

$$\frac{x^2 + x}{x + 2} \left(\sqrt{\frac{4x + 8}{x + 1}} \right)^3 : \sqrt[4]{\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2}} : \sqrt[3]{\frac{x^2}{x + 1}}$$

53. Stabilire se le seguenti uguaglianze sono vere o false, correggendole nel caso in cui siano errate.

a) $\sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{x}$

b) $\sqrt[8]{(2 - x)^4} = \sqrt{x - 2}$

c) $\sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^2}} = \sqrt{x}$

d) $\sqrt[6]{x^{14}} = x^2 \sqrt[3]{x}$

54. Risolvi la seguente disequazione.

$$\frac{(x^3 - 1)^5 - 7(x^3 - 1)^4}{(x^4 - 16)^4 - 15x^2(x^4 - 16)^3} \leq 0$$

55. Risolvi la seguente disequazione.

$$\frac{27x^6 + 26x^3 - 1}{|x^8 - 9x^4| - |x^4 - 9|} > 0$$

56. Risolvi la seguente disequazione.

$$\frac{|x^8 - 16| - 15x^4}{(3x^6 + 2x^3 + 5)(x^4 - 9)^2} < 0$$

57. Nel triangolo ABC di area 98 a^2 condurre dal punto P di AC tale che $AP = \frac{2}{5} PC$ la corda PE parallela alla base AB. Calcolare l'area del trapezio ABEP.

58. Nel trapezio rettangolo ABCD si ha: $AB = 24 \text{ a}$, $DC = 12 \text{ a}$ e $AD = 30 \text{ a}$. Dimostrare che i triangoli AOD e BOC sono equivalenti essendo O il punto di incontro delle diagonali. Calcolare quindi l'area dei quattro triangoli in cui il trapezio è diviso dalle diagonali.